**初中七年级（下）数学 涨分资料**

从厚厚的课本里，帮你划出考试的重点。

**第五章 相交线与平行线**

平面内，点与直线之间的位置关系分为两种：① 点在线上 ② 点在线外

同一平面内，两条或多条不重合的直线之间的位置关系只有两种：① 相交 ② 平行

**一、相交线**

**1、两条直线相交，有且只有一个交点。** （反之，若两条直线只有一个交点，则这两条直线相交。）

两条直线相交，产生邻补角和对顶角的概念：

邻补角：两角共一边，另一边互为反向延长线。  **邻补角互补**。 要注意区分互为邻补角与互为补角的异同。

对顶角：两角共顶点，一角两边分别为另一角两边的反向延长线。 **对顶角相等**。

**注**：①、**同角或等角的余角相等；同角或等角的补角相等；等角的对顶角相等。** 反过来亦成立。

②、表述邻补角、对顶角时，要注意相对性，即“互为”，要讲清谁是谁的邻补角或对顶角。 例如：

判断对错： 因为∠ABC +∠DBC = 180°，所以∠DBC是邻补角。（ ）

相等的两个角互为对顶角。（ ）

**2、**垂直是两直线相交的特殊情况。 注意：两直线垂直，是互相垂直，即：若线a垂直线b，则线b垂直线a 。

垂足：两条互相垂直的直线的交点叫垂足。 垂直时，一定要用直角符号表示出来。

**过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。**（注：这一点可以在已知直线上，也可以在已知直线外）

**3、**点到直线的距离。

垂线段：过线外一点，作已知线的垂线，这点到垂足之间的线段叫 垂线段。

垂线与垂线段：垂线是一条直线，而垂线段是一条线段，是垂线的一部分。

**垂线段最短**：连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短。（或说 直角三角形中，斜边大于直角边。）

点到直线的距离：直线外一点到这条直线的**垂线段的长度**，叫这点到直线的距离。 注：距离指的是垂线段的长度，而不是这条垂线段的本身。所以，如果在判断时，若没有“长度”两字，则是错误的。

**4、**同位角、内错角、同旁内角

**三线六面八角**：平面内，两条直线被第三条直线所截，将平面分成了六个部分，形成八个角，其中有：4对同位角，2对内错角和2对同旁内角。 注意：要熟练地认识并找出这三种角：① 根据三种角的概念来区分 ② 借助模型来区分，即：同位角——**F型**，内错角——**Z型**，同旁内角——**U型**。

**特别注意**：① 三角形的三个内角均互为同旁内角；

② 同位角、内错角、同旁内角的称呼并不一定要建立在两条平行的直线被第三条直线所截的前提上才有的，这两条直线也可以不平行，也同样的有同位角、内错角、同旁内角。

**5、**几何计数：

① 平面内n条直线两两相交，共有**n ( n – 1)** 组对顶角。（或写成 **n^2 – n** 组）

② 平面内n条直线两两相交，最多有**n(n–1)/2**个交点。（或写成**（n^2–n）/2**个）

③ 平面内n条直线两两相交，最多把平面分割成**[n(n+1)/2]+1**个面。

④ 当平面内n个点中任意三点均不共线时，一共可以作**n(n–1)/2** 条直线。

回顾：ⅰ、一条直线上n个点之间，一共有**n(n–1)/2** 条线段；

ⅱ、若从一个点引出n条射线，则一共有**n(n–1)/2** 个角。

二、**平行线**

同一平面内，两条直线若没有公共点（即交点），那么这两条直线平行。 注：**平行线永不相交**。

**1、**平行公理：**过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行。** （注：这一点是在直线外）

推论：**如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。** （或叫平行线的**传递性**）

**2、**平行线的画法：借助三角板和直尺。具体略。（此基本作图方法一定要掌握，多练习。）

**3、**平行线的判定：① **同位角相等，两直线平行；**

② **内错角相等，两直线平行；**

③ **同旁内角互补，两直线平行。**

注意：是先看角如何，再判断两直线是否平行，前提是“角相等/ 互补”。

一个重要结论：**同一平面内，垂直于同一直线的两条直线互相平行。**

**4、**平行线的性质：① **两直线平行，同位角相等；**

② **两直线平行，内错角相等；**

③ **两直线平行，同旁内角互补。**

注意：是先有两直线平行，才有以上的性质，前提是“线平行”。

一个结论：**平行线间的距离处处相等。** 例如：应用于 说明矩形（包括长方形、正方形）的对边相等，还有梯形的对角线把梯形分成分别以上底为底的两等面积的三角形，或 以下底为底的两等面积的三角形。（因为梯形的上底与下底平行，平行线间的高相等，所以，就有等底等高的三角形。）

※ 此章难度最大就在如何利用平行线的判定或性质来进行解析几何的初步推理，要在熟练掌握好基本知识点的基础上，学会逻辑推理，既要条理清晰，又要简洁明了。

**5、**命题

判断一件事情的语句叫命题。命题包括“**题设**”和“**结论**”两部分，可写成“**如果……那么……**”的形式。

例如：“明天可能下雨。”这句语句\_\_\_\_\_\_命题，而“今天很热，明天可能下雨。”这句语句\_\_\_\_\_命题。(填“是”或“不是”)

1. 命题分为**真命题** 与 **假命题**，真命题指题设成立，结论也成立的命题（或说正确的命题）。假命题指题设成立，但结论不一定或根本不成立的命题（或说错误的命题）。
2. **逆命题**：将一个命题的题设与结论互换位置之后，形成新的命题，就叫原命题的逆命题。

注：原命题是真命题，其逆命题不一定仍为真命题，同理，原命题为假命题，其逆命题也不一定为假命题。

例如：“对顶角相等”是个真命题，但其逆命题“\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_”却是个假命题。

不论是真命题还是假命题，都要学会能非常熟练地把一个命题写成“如果……那么……”的形式。例:把“等角的补角相等”写成“如果…… 那么……”的形式为:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

再例：把“三角形的内角和等于180度。”写成包含题设与结论的形式：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

三、**平移**

1. 概念：把图形的整体沿着**某一方向**移动**一定的距离**，得到一个新的图形，这种图形的移动，叫平移。

确定平移，关键是要弄清平移的方向（并不一定是水平移动或垂直移动哦）与平移的距离。如果是斜着平移的，则需把由起始位置至最终位置拆分为先水平移动，再上下移动，或拆分为先上下移动，再水平移动。当然，如果是在**格点图**内平移，则可利用已知点的平移距离是某一矩形的对角线这一特点来对应完成其它顶点的平移。

1. 特征：① 发生平移时，新图形与原图形的形状、大小完全相同（即：**对应线段、对应角均相等**）；

② 对应点之间的线段互相平行（或在同一直线上）且相等，均等于平移距离。

3、画法：掌握平移方向与平移距离，利用对应点（一般指图形的顶点）之间连线段平行、连线段相等性质描出原图形顶点的对应点，再依次连接，就形成平移后的新图形。

**第六章** **平面直角坐标系**

**一、坐标**

**1、数轴** 规定了原点、正方向、单位长度的直线叫数轴。 数轴上的点可以用一个数来表示，这个数叫这个点在数轴上的坐标。 数轴上的点与实数（包括有理数与无理数）一一对应，数轴上的每一个点都有唯一的一个数与之对应。

**2、平面直角坐标系** 由互相垂直、且原点重合的两条数轴组成。 横向（水平）方向的为横轴（x轴），纵向（竖直）方向的为纵轴（y轴）， 平面直角坐标系上的任一点，都可用一对有序实数对来表示位置，这对有序实数对就叫这点的坐标。（即是用有顺序的两个数来表示，注：x在前，y在后，不能随意更改） 坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的，每一个点，都有唯一的一对有序实数对与之对应。

**二、象限及坐标平面内点的特点**

**1、四个象限** 平面直角坐标系把坐标平面分成四个象限，从右上部分开始，按**逆时针**方向分别叫第一象限(或第Ⅰ象限)、第二象限（或第Ⅱ象限）、第三象限（第Ⅲ象限）和第四象限（或第Ⅳ象限）。

注：ⅰ、坐标轴（x轴、y轴）上的点不属于任何一个象限。例 点A（3，0）和点B（0，-5）

ⅱ、平面直角坐标系的原点发生改变，则点的坐标相应发生改变；坐标轴的单位长度发生改变，点的坐标也相应发生改变。

**2、坐标平面内点的位置特点** ①、坐标原点的坐标为（0，0）；

②、第一象限内的点，x、y同号，均为正； ③、第二象限内的点，x、y异号，x为负，y为正；

④、第三象限内的点，x、y同号，均为负； ⑤、第四象限内的点，x、y异号，x为正，y为负；

⑥、横轴（x轴）上的点，纵坐标为0，即（x，0），所以，横轴也可写作：y=0 （表示一条直线）

⑦、纵轴（y轴）上的点，横坐标为0，即（0，y）,所以，纵横也可写作：x=0 （表示一条直线）

例：若P（x,y）,已知xy>0,则P点在第\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_象限，已知xy<0，则P点在第\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_象限。

**3、点到坐标轴的距离**  坐标平面内的点的横坐标的绝对值表示这点到纵轴（y轴）的距离，而纵坐标的绝对值表示这点到横轴（x轴）的距离。 例：点A（-3，7）表示到横轴的距离为\_\_\_\_\_\_\_，到纵轴的距离为\_\_\_\_\_\_\_；点B（-9，0）表示到横轴的距离为\_\_\_\_\_\_\_,到纵轴的距离为\_\_\_\_\_\_\_。

注: ①、已知点的坐标求距离，只有一个结果，但已知距离求坐标，则因为点的坐标有正有负，可能有多个解的情况，应注意不要丢解。 例：点P（x,y）到x轴的距离是3，到y轴的距离是7，求点P的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

再例：已知A（3，2），AB平行x轴，且AB = 4，求B点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

②、坐标平面内任意两点A（x1,y1）、B(x2,y2)之间的距离公式为：**d = 根号下[(x1-x2)^2 + (y1-y2)^2]**

**4、坐标平面内对称点坐标的特点**

①、一个点A（a,b）关于x轴对称的点的坐标为A＇（a,-b）,特点为：x不变，y相反；　例：Ａ（-3，5）关于x轴对称的点的坐标为A＇（\_\_\_\_,\_\_\_\_）

②、一个点A（a,b）关于y轴对称的点的坐标为A＇（-a,b）,特点为：y不变，x相反； 例：Ａ（-3，5）关于y轴对称的点的坐标为A＇（\_\_\_\_,\_\_\_\_）

③、一个点A（a,b）关于原点对称的点的坐标为A＇（-a,-b），特点为：x、y均相反。 例：Ａ（-3，5）关于原点对称的点的坐标为A＇（\_\_\_\_,\_\_\_\_）

**5、平行于坐标轴的直线的表示**

①、平行于横轴（x轴）的直线上的任意一点，其横坐标不同，纵坐标均相等，所以，可表示为：y=a（a为纵坐标）的形式，a的绝对值表示这条直线到x轴的距离，直线上两点之间的距离等于这两点横坐标之差的绝对值；

②、平行于纵轴（y轴）的直线上的任意一点，其纵坐标不同，横坐标均相等，所以，可表示为：x=b（b为横坐标）的形式，b的绝对值表示这条直线到y轴的距离，直线上两点之间的距离等于这两点纵坐标之差的绝对值。

例如：直线y=-5上与点A（-3，-5）距离为8的点P坐标为：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

直线x=6上与点B（6，7）距离为9的点K坐标为：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**6、象限角平分线的特点**

①、第一、三象限的角平分线可表示为y=x的形式，即角平分线上的点的纵坐标与横坐标相等（同号）； 例：A（3，\_\_\_\_）和B（-5，\_\_\_\_）均在第一、三象限的角平分线上。

②、第二、四象限的角平分线可表示为y=-x的形式，即角平分线的点的纵坐标与横坐标互为相反数(异号)。 例A（-3，\_\_\_\_）和B（5，\_\_\_\_）均在第二、四象限的角平分线上。

**三、坐标方法的简单应用**

**1、求面积**

①、已知三角形的顶点坐标求三角形的面积 将坐标平面上的三角形的面积转化为几个图形的面积的组合（相加）或分解（相减），即将要求的三角形面积转化为一个大的多边形（例如矩形或梯形）与一个或几个较小的三角形面积之差； 例：ⅰ、已知平面直角坐标系中，点A（2，4），点B（6，2），求△AOB的面积？

ⅱ、已知A（-4，3），B（0，0），C（-2，-1），求△ABC的面积？

②、已知多边形各顶点坐标求多边形的面积 将坐标平面上的多边形的面积分割成几个规则的图形组合的面积之和，或转化为一个更大的多边形（例如矩形或梯形）与一个或几个较小的三角形面积之差。

例：顺次连接坐标平面上四点A（2，2）、B（-2，2）、C（-3，-2）、D（3，-2），求这个四边形的面积？

**2、平移**

①、点的平移 一个点左、右（水平）平移，横坐标改变，纵坐标不变。具体为：向左平移几个单位，则横坐标减少几个单位；向右平移几个单位，则横坐标增加几个单位。 “左减右加”

一个点上、下（竖直）平移，纵坐标改变，横坐标不变。具体为：向下平移几个单位，则纵坐标减少几个单位；向上平移几个单位，则纵坐标增加几个单位。 “下减上加”

②、图形的平移 图形是由无数个点组成的，所以，图形的平移实质上就是点的平移。关键是把图形的各个顶点按要求横向或纵向平移，描出平移后的对应顶点，再连接全部对应顶点即可。

注：图形平移后的新图形与原图形在形状、大小方面是完全相同的，唯一改变的是原图形的位置。

**3、中点坐标公式**

对于平面直角坐标系内任意两点M（a1,b1）、N(a2,b2),它们的中点的坐标为：**（ （a1+a2）/2 ,(b1+b2)/2 ）**

例：已知点A（5，-8）和点B（-3，2），线段AB的中点的坐标为：( \_\_\_\_\_\_ ,\_\_\_\_\_\_ )。

**第七章** **三角形**

一、**概念**

由三条**不在同一直线上**的**线段首尾顺次相连**而构成的**平面图形** 叫 **三角形。**

注意其中：①不在同一直线上（或说不共线）；②是三条线段；③首尾顺次相连 这三个条件缺一不可。

**二、分类**

（1）按角分类：分为 斜三角形（包括锐角三角形 和 钝角三角形）

直三角形（即直角三角形）

（2）按边分类：分为 不等边三角形

等腰三角形（包括只有两边相等/或说是底腰不等的三角形 和 三边相等/即等边的三角形）

**注：①、等边三角形是特殊的等腰三角形；**

**②、一个三角形中最多只有一个钝角，最少有二个锐角。**

**三、三角形的三边关系**

**1、**三角形的三边关系定理：**三角形的任意两边之和大于第三边**。( 即 a+b>c ,或a+c>b ,或b+c>a )

**2、**推论：**三角形的任意两边之差小于第三边**。

特别注意：（1）、以上两点就是判断任意给定的三条线段能否组成三角形的条件，但在实际做题时，并不需要去分析全部三组边的大小关系，可简化为：当三条线段中最长的线段小于另两条较短线段之和时，**或** 当三条线段中最短的线段大于另两条较长线段之差的绝对值时，即可组成三角形。

（2）、已知三角形的两边a，b(a>b)，则第三边c的取值范围为：a–b < c < a + b

（3）、并不需要知道三条线段的具体长度，而只要根据它们长度的比值，即可判断是否可组成三角形。

例ⅰ：现有长度分别为2cm、3cm、4cm、5cm的木棒，从中任取三根，能组成\_\_\_\_\_\_\_个三角形。

例ⅱ：下列几组长度的线段能组成三角形的是：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

①、3a ,5a ,8a(a>0) ②、a² + 3 ,a² + 4 ,a² + 7 (a≠0) ③、3a , 4a , 2a + 1 (a>1/5)

例ⅲ：已知M是△ABC内一点，试说明：AB + AC > MB + MC (图自画)

**四、有关三角形边长的综合问题**

**1、**等腰三角形：等腰三角形有两相等的腰和一底边，题目中往往并不直接说明腰和底边，因此，解题时要分类讨论，以免丢解。

例ⅰ：等腰三角形的周长为24cm，其中两条边长的比为 3 ：2，求该等腰三角形的三边长。

例ⅱ：已知等腰三角形的周长是16cm，

（1）若其中一边长为6cm，求另外两边长； （2）若其中一边长为4cm，求另外两边长。

例ⅲ：在等腰△ABC中，AB=AC，一腰上的中线BD将三角形周长分为21和12两部分，求这个三角形的腰长和底边长。

注：根据三角形三边关系，**若等腰三角形的腰长为a，则底边长x 的取值范围是：0 < x < 2a ；**

**若等腰三角形的底边为a，则腰长x 的取值范围是：x > a/2**

**2、**其它

例：已知△ABC和三角形内的一点P，试说明：AB + AC > PB + PC (图略)

**五、三角形的中线、角平分线和高**（图表区别）

名称 **中线** **角平分线** **高**

三角形一个角的平分线与对边

相交，顶点与交点的连线段

三角形一边上的中点与

这边所对的顶点的连线段

从三角形的顶点向对边或对边的延

长线作垂线，垂足与顶点的连线段

定义

形状 线段 线段 线段

数量 3条 3条 3条

锐角三角形的高均在三角形内；直角三角形

斜边上的高在三角形内，另两条高与两条直

角边重合；钝角三角形最长边上的高在三角

形内，另两条高在三角形外。

位置 三角形内部 三角形内部

交点

交于同一点，位于三角

形内，叫三角形的内心

交于同一点，位于三角

形内，叫三角形的重心

交于同一点，叫三角形的垂心：锐角三角形

高的交点位于三角形内部；直角三角形高的

交点与直角顶点重合；钝角三角形高的交点

在三角形的外部。

情况

例：判断对错：

（1）三角形的三条高在三角形的内部。（ ）

（2）以三角形的顶点为端点，且平分三角形内角的射线叫做三角形的角平分线。（ ）

（3）三角形的中线将三角形分为面积相等的两个三角形。（ ）

（4）三角形的三条角平分线和三条中线在三角形内部或外部。（ ）

注：1、画任意一个三角形的三条高，对于初学者来讲，有时会不太熟练，记住，要掌握好三角形的高的定义及位置情况，根据定义正确画出三角形的高，**口诀：“一靠二过三画线”**；

2、要区分角的平分线和三角形角的平分线，**前者是射线，后者是线段**；

※ 3、三角形的一条中线把三角形的面积一分为二(因为“等底等高的三角形面积相等”)，三角形的任意一条边与该边上的高的乘积的一半都等于这个三角形的面积，所以，有时，题目中出现了中线，或出现了高时，一定要有从面积入手来解题的意识。

※ 4、三角形的三条中线相交于一点（这点叫三角形的重心），且把原三角形分成面积相等的六个部分（即六个小三角形）。

**六、三角形的稳定性**

三角形的三条边固定，那么三角形的形状和大小就完全确定了，这个性质叫**三角形的稳定性**。除了三角形外，其它的多边形不具有稳定性，但可以通过连接对角线，把多边形转化为若干个三角形，这个多边形也就具有稳定性了。多边形要具有稳定性，四边形要添一条对角线，五边形要添二条对角线 … …， n边形要添（n-3）条对角线。

**七、三角形的内角和定理**

**三角形的内角和等于180度。** 要会利用平行线性质、邻补角、平角等相关知识推出三角形内角和定理。

注：①、已知三角形的两个内角度数，可求出第三个角的度数； ②、等边三角形的每一个内角都等于60度；③、如果已知等腰三角形的一个内角等于60度，那么这个等腰三角形就是等边三角形。 ④、三角形中，有“大角对大边，大边对大角”性质，即度数较大的角，所对的边就较长，或较长的边，所对的角的度数较大。

例：（1）已知等腰三角形的一个内角等于70度，则另外两个内角的度数分别是多少度?

（2）等腰三角形的一个外角是100°，求这个三角形的三个内角度数。

**八、三角形的外角及其性质**

三角形的每一个内角都有相邻的两个外角，且这两个外角相等（对顶角相等）。一共有六个外角。

其中，从与三角形的每一个内角相邻的两个外角中各取一个外角相加（一共三个外角相加），叫三角形的外角和。

根据邻补角、三角形的内角和等相关知识，可知：**三角形的外角和 = 360 度。**

性质1、**三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和。**

性质2、**三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角。**（常用于解决角的不等关系问题）

例ⅰ：等腰三角形的一个外角等于100度，则这个等腰三角形的三个内角分别是多少度？

例ⅱ：试用合适的方法说明五角星的五个顶角和等于180°（图自画）

注：（1）、△ABC内有一点O，连接BO、CO，则有∠BOC = ∠A + ∠ABO +∠ACO 图略

（2）、△ABC内有一点M，连接BM、CM，BO、CO分别是∠ABM 和∠ACM的平分线，则有∠BOC =(∠A +∠BMC)/2

（3）、一个五角星，五个顶角的和等于**180度**。（可利用性质1和三角形的内角和来加以证明）

（4）、BO、CO分别是△ABC的**内角**平分线，BO、CO相交于点O，则∠BOC = 90°+ ∠A/2

（5）、BO、CO分别是△ABC的**外角**平分线，BO、CO相交于点O，则∠BOC = 90°- ∠A/2

（6）、BO是△ABC的**内角**平分线，CO是△ABC的**外角**平分线，BO、CO相交于点O，则∠BOC = ∠A/2

（7）、①锐角三角形两条边上的高相交所成的夹角与第三边所对的角互补；②直角三角形两条边上的高相交所成的夹角与第三边所对的角相等；③钝角三角形一条钝角边上的高与钝角所对最大边上的高相交所成的夹角与另一钝角边所对的角相等，但若是两条钝角边上的高相交所成的夹角，则与第三边所对的角互补。

※ 请自行用合适的方法说明以上各点！

**九、多边形及其内角和、外角和**

**1、**概念：由**不在同一直线上**的一些**线段首尾顺次相接**组成的**平面图形**叫做多边形。 三角形是最简单的多边形。

注：①、多边形分为凸多边形 和 凹多边形，我们初中阶段只研究凸多边形。凸多边形：整个多边形都在任何一条边所在直线的同一侧，这样的多边形叫凸多边形。

②、正多边形：各个内角都相等，各条边都相等的多边形叫正多边形。（注：边、角均相等两条件缺一不可）

③、各边都相等的多边形不一定是正多边形,例如菱形；各内角都相等的多边形不一定是正多边形,例如矩形。

**2、**多边形的内角和定理：n边形内角和等于：**（n-2）×180°**

推导方法（1）：由n边形的一个顶点出发，作n边形的对角线，一共可以作(n-3)条对角线，这些对角线把原来的n边形分成了（n-2）个三角形，由三角形的内角和等于180°，可得出该n边形的内角和为：**（n-2）×180°**

推导方法（2）：在n边形的一边上任取一点，由这一点出发，连接n边形的各个顶点（与所取点相邻的两个顶点除外），一共可以作（n-2）条连接线段，这些线段把原来的n边形分成了（n-1）个三角形，但却多出了一个平角，所以，该n边形的内角和为：（n-1）×180°- 180°= **（n-2）×180°**

推导方法（3）：在n边形内任取一点,由这一点出发,连接n边形的各个顶点,一共可以作n条连接线段,这些线段把原来的n边形分成了n个三角形，但中间却多出了一个周角，所以，该n边形的内角和为：n ×180°- 360°= **（n-2）×180°**

注：①、正n边形的每一个内角都等于[（n-2）×180°]/n ②、多边形的内角和是180°的整倍数。

③、若多边形的边数增加n条，则它的内角和增加n×180° ④、若多边形的边数扩大2倍，则它的内角和增加n×180° ⑤、若多边形的边数扩大m倍，则它的内角和增加(m-1)×n×180°

例：一个多边形的所有内角和其中一个外角的度数和是1335°，这是个\_\_\_\_\_\_\_边形，这个外角为\_\_\_\_\_\_度。

一个多边形除了一个内角外,其余内角之和为1680°,则这个多边形是\_\_\_\_\_\_\_边形，这个内角为\_\_\_\_\_\_度。

**3、**多边形的外角和：多边形的外角和是一个定值，**恒等于360°**。 指的是取多边形每一个顶点处的一个外角相加的和，故n边形的外角和指的是n个外角相加的和。 多边形的外角和与边数无关。

注：①、n边形有[n×(n-3)]/2 条对角线。 例：十边形有[10×(10-3)]/2 = 35 条对角线

②、在运用多边形的内角和公式与外角的性质求值时，常与方程思想相结合，运用方程思想是解决本节运算的常用方法。

③、在解决握手次数、通电话次数以及单循环赛比赛场数问题时，可以建立多边形模型，此类问题即为 **多边形的边数 + 对角线的条数**

例：①、已知多边形的每一个内角都等于150°，则这个多边形的外角和是\_\_\_\_\_\_\_\_°，内角和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_°

②、一个多边形的内角和与某一个外角的度数总和为1350°，则此多边形为\_\_\_\_\_\_\_\_边形。

③、一个多边形除了一个内角外，其余内角之和为1680°，则这个多边形是\_\_\_\_\_\_\_\_边形。

④、已知∠ABC的两边分别与∠DEF的两边垂直，则∠ABC和∠DEF的大小关系是互补 或 相等。试画图说明。

⑤、六个人去参加会议,要求每两人之间要握一次手,那么这六个人共要握多少次手？（把六个人看作六个点）

**十、镶嵌**

当围绕一点拼在一起的几个多边形的内角加在一起恰好组成一个周角时，就能拼成一个平面图形。

**1、**用同一种多边形镶嵌：这种多边形可以不是正多边形（例如三角形、长方形、平行四边形、菱形、梯形等），也可以是正多边形（例如正三角形、正方形、正六边形）。 三角形，四边形均可单独镶嵌。

**2、**用多种多边形镶嵌：则每种多边形必须是正多边形。例如：3个正三角 + 2个正方形，4个正三角形 + 1个正六边形，2个正三角形 + 2个正六边形，1个正方形 + 2个正八边形，2个正五边形 + 1个正十边形，1个正六边形 + 2个正十二边形，1个正三角形 + 1个正八边形 + 1个正二十四边形，1个正方形 + 1个正六边形 + 1个正十二边形，1个正三角形 + 2个正方形 + 1个正六边形，如此等等。

例：小明家需要购买地板砖铺房间地面，现有正三角形、正四边形、正五边形、正六边形、正十二边形这五种地板砖，则能有哪几种选择？

**第八章** **二元一次方程组**

**一、二元一次方程组**

**1、概念：**二元一次方程：含有两个未知数，且未知数的指数（即次数）都是1的方程，叫二元一次方程。

二元一次方程组：两个二元一次方程（或一个是一元一次方程，另一个是二元一次方程；或两个都是一元一次方程；但未知数个数仍为两个）合在一起，就组成了二元一次方程组。

**2、二元一次方程的解和二元一次方程组的解：**

使二元一次方程左右两边的值相等（即等式成立）的两个未知数的值，叫二元一次方程的解。

使二元一次方程组的两个方程左右两边的值都相等的两个未知数的值，叫二元一次方程组的解。

注：①、因为二元一次方程含有两个未知数，所以，二元一次方程的解是一组（对）数，用大括号联立；②、一个二元一次方程的解往往不是唯一的，而是有许多组；③、而二元一次方程组的解是其中两个二元一次方程的公共解，一般地，只有唯一的一组，但也可能有无数组或无解（即无公共解）。

**二元一次方程组的解的讨论：**

已知二元一次方程组 ①、当a1/a2 ≠ b1/b2 时，有唯一解； ②、当a1/a2 = b1/b2 ≠ c1/c2时，无解； ③、当a1/a2 = b1/b2 = c1/c2时，有无数解。

a1x + b1y = c1

a2x + b2y = c2

例如：对应方程组：①、 ②、 ③、

x + y = 4

2x + 2y = 8

x + y = 3

2x + 2y = 5

x + y = 4

3x - 5y = 9

例：判断下列方程组是否为二元一次方程组：

①、 ②、 ③、 ④、

x = 11

2x + 3y = 0

3t + 2s = 5

ts + 6 = 0

x = 4

y = 5

a + b = 2

b + c = 3

**3、用含一个未知数的代数式表示另一个未知数：**

用含X的代数式表示Y，就是先把X看成已知数，把Y看成未知数；用含Y的代数式表示X，则相当于把Y看成已知数，把X看成未知数。

例：在方程 2x + 3y = 18 中，用含x的代数式表示y为：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,用含y的代数式表示x为:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。**4、根据二元一次方程的定义求字母系数的值：**

要抓住两个方面：①、未知数的指数为1，②、未知数前的系数不能为0

例：已知方程 (a-2)x^(/a/-1) – (b+5)y^(b^2-24) = 3 是关于x、y的二元一次方程，求a、b的值。

**5、求二元一次方程的整数解**

例：求二元一次方程 3x + 4y = 18 的正整数解。

思路：利用含一个未知数的代数式表示另一个未知数的方法，可以求出方程有正整数解时x、y的取值范围，然后再进一步确定解。

解：用含x的代数式表示y: y = 9/2 – (3/4)x 用含y的代数式表示x: x = 6 – (4/3)y

因为是求正整数解，则：9/2 – (3/4)x > 0 , 6 – (4/3)y > 0

所以，0 < x < 6 ,0 < y < 9/2

所以，当 y = 1时，x = 6 – 4/3 = 14/3 ,舍去 ； 当 y = 2时，x = 6 – 8/3 = 10/3 ，舍去 ；

当 y = 3时，x = 6 – 12/3 = 2 , 符合 ； 当 y = 4时，x = 6 – 16/3 = 2/3 ，舍去 。

所以，3x + 4y = 18 的正整数解为：

x = 2

y = 3

ax - 2y = 5

2x + by = 3

再例：①、如果 是方程组 的解，求 a-b 的值。

x = 3

y = - 1

②、甲、乙两人共解方程组 由于甲看错了方程①中的a，得到的方程组的解

ax + 5y = 15,①

4x - by = -2,②

为 乙看错了方程②中的b，得到的方程组的解为 试计算a^2009 + (-b/10)^2010的值。

x = 5,

y = 4,

x = - 3,

y = - 1,

**二、二元一次方程组的解法——消元** （整体思想就是：消去未知数，化“二元”为“一元”）

1、**代入消元法**：由二元一次方程组中的一个方程，将一个未知数用含另一未知数的式子表示出来，再代入另一方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解，这种方法叫做**代入消元法**，简称**代入法**。

注：代入法解二元一次方程组的一般步骤为：

①、从方程组中选一个系数比较简单的方程，将这个方程的一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来；

②、将变形后的关系式代入另一个方程（不能代入原来的方程哦！），消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

③、解这个一元一次方程，求出一个未知数的值；

④、将求得的未知数的值代入变形后的关系式（或原来的方程组中任一个方程）中，求出另一个未知数的值；

⑤、把求得的两个未知数的值用大括号联立起来，就是方程组的解。

**2、加减消元法**：两个二元一次方程中同一未知数前的系数相反或相等（或利用等式的性质可变为相反或相等）时，将两个方程的左右两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程，进而求得这个二元一次方程组的解，这种方法叫**加减消元法**，简称**加减法**。

注：加减法解二元一次方程组的一般步骤为：

①、方程组的两个方程中，如果同一个未知数前的系数既不相反又不相等时，就根据等式的性质，用适当的数乘以方程的两边（注意，左右两边每一项都要乘以这个数），使同一未知数前的系数相反或相等；

②、把两个方程的两边分别相加或相减，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

③、解这个一元一次方程，求得一个未知数的值；

④、将这个求得的未知数的值代入原方程组中的任意一个方程中，求出另一个未知数的值，并把求得的两个未知数的值用大括号联立起来，就是方程组的解。

例：解方程组：

①、 ②、

x/2 + y/3 = 13/2

x/3– y/4 = 3/2

4y­–(2y + x + 16)/2 = -6x

2y + 3x = 7 – 2x - y

**3、用换元法解方程组：**

根据题目的特点，利用换元法简化求解，同时应注意换元法求出的解要代回关系式中，求出方程组中未知数的解。

例：ⅰ、解方程组：

5/(x+1) + 4/(y-2) = 2

7/(x+1)– 3/(y-2) = 13/20

2(x+2)-3(y-1) = 13

3(x+2)+5(y-1) = 30.9

a = 8.3

b = 1.2

2a-3b = 13

3a+5b = 30.9

ⅱ、已知方程组 的解是 ，则方程组 的解是：（ ）

x = 10.3

y = 2.2

x = 6.3

y = 2.2

x = 10.3

y = 0.2

x = 8.3

y = 1.2

A、 B、 C、 D、

**4、用整体代入法解方程组：**

例：解方程组：

2x - y = 6 ①

(x+2y)(4x–2y)= 192 ②

解：将②变形为：(x+2y)×2(2x–y)= 192 ③ ，把①代入③得：(x+2y)×2×6 = 192 ,即 x+2y = 16 ④

再把①和④组成新的方程组： 解得：

x = 5.6

y = 5.2

2x - y = 6

x + 2y = 16

**5、另外几种类型的例题：**

（1）、若︱m + n – 5︱ + (2m + 3n - 5)²= 0 ,求(m - n)²的值。

（2）、已知代数式x²+ ax + b，当x = -1时，它的值是5，当x =1时，它的值是-1，求当x =2时，代数式的值。

（3）、已知方程组 与 有相同的解，求m，n的值。

x - 2y = 5

5x + ny = 1

5x + y = 3

mx + 5y = 4

（4）、已知方程组 的解x、y互为相反数，求m、x以及y的值。

3x - 5y = 2m

2x + 7y = m-18

（5）、关于x、y的方程组 的解，也是方程2x + y = 3的解，求k的值。

2x - y = k

3x + y = k+1

（6）、某蔬菜公司收购到某种蔬菜140吨，准备加工后上市销售。该公司的加工能力是：每天可以精加工6吨或者粗加工16吨。现计划用15天完成加工任务，该公司应安排几天粗加工，几天精加工，才能按期完成任务？如果每吨蔬菜粗加工后的利润为1000元，精加工后的利润为2000元，那么照此安排，该公司出售这些加工后的蔬菜共获利多少元？

**三、实际问题与二元一次方程组**

**1、利用二元一次方程组解实际应用问题的一般过程**为：**审题并找出数量关系式** —> **设元（设未知数）** —> **根据数量关系式列出方程组** —> **解方程组** —> **检验并作答**（注意：此步骤不要忘记）

**2、列方程组解应用题的常见题型：**

（1）、和差倍分问题：解这类问题的基本等量关系式是：较大量 - 较小量 = 相差量 ，总量 = 倍数 × 倍量；

（2）、产品配套问题：解这类题的基本等量关系式是：加工总量成比例；

（3）、速度问题：解这类问题的基本关系式是：路程 = 速度 × 时间，包括相遇问题、追及问题等；

（4）、航速问题：①、顺流（风）：航速 = 静水（无风）时的速度 + 水（风）速；

②、逆流（风）：航速 = 静水（无风）时的速度 – 水（风）速；

（5）、工程问题：解这类问题的基本关系式是：工作总量 = 工作效率×工作时间，（有时需把工作总量看作1）；

（6）、增长率问题：解这类问题的基本关系式是：原量×（1+增长率）= 增长后的量，原量×（1-减少率）= 减少后的量；

（7）、盈亏问题：解这类问题的关键是从盈（过剩）、亏（不足）两个角度来把握事物的总量；

（8）、数字问题：解这类问题，首先要正确掌握自然数、奇数、偶数等有关概念、特征及其表示；

（9）、几何问题：解这类问题的基本关系是有关几何图形的性质、周长、面积等计算公式；

（10）、年龄问题：解这类问题的关键是抓住两人年龄的增长数相等。

例1：一批水果运往某地，第一批360吨，需用6节火车车厢加上15辆汽车，第二批440吨，需用8节火车车厢加上10辆汽车，求每节火车车厢与每辆汽车平均各装多少吨？

例2：甲、乙两物体分别在周长为400米的环形轨道上运动，已知它们同时从一处背向出发，25秒后相遇，若甲物体先从该处出发，半分钟后乙物体再从该处同向出发追赶甲物体，则再过3分钟后才赶上甲，假设甲、乙两物体的速度均不变，求甲、乙两物体的速度。

例3：甲、乙二人分别以均匀速度在周长为600米的圆形轨道上运动，甲的速度比乙大，当二人反向运动时，每150秒相遇一次，当二人同向运动时，每10分钟相遇一次，求二人的速度。

例4：有两种酒精溶液，甲种酒精溶液的酒精与水的比是3 ：7，乙种酒精溶液的酒精与水的比是4 ：1，今要得到酒精与水的比是3 ：2的酒精溶液50kg，求甲、乙两种溶液各取多少kg？

例5：一张方桌由一个桌面和四条桌腿组成，如果1立方米木料可制成方桌桌面50个，或制作桌腿300条，现有5立方米木料，请问，要用多少木料做桌面，多少木料做桌腿，能使桌面恰好配套？此时，可以制成多少张方桌？

例6：某人要在规定的时间内由甲地赶往乙地，如果他以每小时50千米的速度行驶，就会迟到24分钟，如果他以每小时75千米的速度行驶，则可提前24分钟到达乙地，求甲、乙两地间的距离。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 农作物品种 | 每公顷需劳动力 | 每公顷需投入资金 |
| 水稻 | 4人 | 1万元 |
| 棉花 | 8人 | 1万元 |
| 蔬菜 | 5人 | 2万元 |

例7：某农场有300名职工耕种51公顷土地，计划种植水稻、棉花、蔬菜三种农作物，已知种植各种农作物每公顷所需劳动力人数及投入资金如右表：

已知该农场计划投入资金67万元，应该怎样安排这三种农作物的种植面积才能使所有职工都有工作而且投入资金正好够用？

例8：某酒店的客房有三人间和两人间两种，三人间每人每天25元，两人间每人每天35元，一个50人的旅游团到该酒店租了若干间客房，且每间客房恰好住满，一天共花去1510元，求两种客房各租了多少间？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 年级 | 捐款数额  （元） | 捐助贫困中学生人数  （名） | 捐助贫困小学生人数  （名） |
| 初一年级 | 4000 | 2 | 4 |
| 初二年级 | 4200 | 3 | 3 |
| 初三年级 | 7400 |  |  |

例9：某山区有23名中、小学生因贫困失学需要捐助，资助一名中学生的学习费用需要a元，资助一名小学生的学习费用需要b元。某校学生积极捐款，初中各年级学生捐款数额与使用这些捐款恰好资助受捐助中学生和小学生人数的部分情况如右表：

（1）、求a、b的值；

（2）初三年级的捐款解决了其余贫困中小学生的学习费用，请分别计算出初三年级的捐款所资助的中学生和小学生人数。

**第九章** **不等式与不等式组**

**一、不等式**

**1、概念：**利用不等符号连接的式子叫**不等式**。 不等符号有：＞、＜、≥、≤、≠

注：有些不等式中不含有未知数，有些不等式中含有未知数。要与方程加以区别。方程：含有未知数的等式叫方程。

一些关键字词：不大于 不超过 不小于 至少 超过 最多 不是正数 非负数 不是负数 非正数 负数

对应符号为：（ ） （ ） （ ）（ ） （ ）（ ） （ ） （ ） （ ） （ ） （ ）

**2、一元一次不等式**：含有一个未知数，且未知数的次数是1的不等式，叫一元一次不等式。

**不等式的解集**：能使不等式成立的未知数的**取值范围**，叫这个不等式的解的集合，简称**解集**。 而求不等式解集的过程叫做 **解不等式**。

例：下列哪个数不是不等式5x–3＜6的解 （ ） A、1 B、2 C、-1 D、-2

**3、不等式的性质：**性质 ①、不等式左右两边加（减）同一个数（式），不等式仍然成立（不等号的方向不变）；

性质 ②、不等式左右两边乘以（除以）同一个正数，不等式仍然成立（不等号的方向不变）；

性质 ③、不等式左右两边乘以（除以）同一个负数，不等号的方向改变。

注：不等式左右两边同乘或同除以一个数或已知符号的式子时，这个数或式子的值绝对不能是零，否则无意义；

注意要与等式的性质相区别：最大区别就是 不等式两边同时乘以或除以一个负数时，不等号要改变方向。

十二个例题：

Ⅰ、如果a＞b，可知下面哪个不等式成立 （ ） A、-a＞-b B、1/a＜1/b C、a+b＞2b D、a²＞ab

Ⅱ、如果b＜a＜0，则下列哪个不等式是正确的 （ ） A、b²＜ab B、ab＜a² C、2b＞2a D、-2b＞-2a

Ⅲ、若a＜b＜0,则下列不等式成立的是 （ ） A、1/a＜1/b B、ab＜b² C、a²＞ab D、∣a∣＜∣b∣

Ⅳ、a为实数，下列结论正确的是 （ ）

A、a²＞0 B、如果a＜0,那么a²＞0 C、若x²＞x, 则x＞0 D、如果a＜1,那么a²＜a

Ⅴ、如果x＞0，a为实数，那么一定有 （ ） A、x+a＞0 B、x²-a²＜0 C、-a²＜x D、-x²＜a

Ⅵ、a＞b＞0，则下列不等式错误的是 （ ） A、-a＜-b B、1/a＞1/b＞0 C、a-b＞b-a D、a/b＞b/a

Ⅶ、若a＞0,b＜0,a+b＞0,则a、-a、b、-b的大小关系是 （ ）

A、-a＜b＜-b＜a B、-a＜-b＜b＜a C、-b＜a＜-a＜b D、-b＜-a＜a＜b

Ⅷ、当-1＜a＜0时，则有 （ ） A、1/a＞a B、∣-a³∣＞-a³ C、-a＞a² D、a³＜-a²

Ⅸ、如果x＞2,那么下列四个式子中：①x²＞2x ②xy＞2y ③2x＞x ④1/x＜1/2 正确的个数是（ ）

A、4个 B、3个 C、2个 D、1个

Ⅹ、若x+y＞x-y,y-x＞y，那么下列式子正确的是 （ ） A、x+y＞0 B、y-x＜0 C、xy＜0 D、y/x＞0

Ⅺ、如果关于x的方程x+2m-3=3x+7的解为不大于2的非负数，那么 （ ）

A、m = 6 B、m等于5，6，7 C、5＜m＜7 D、5≤m≤7

Ⅻ、已知-1＜b＜0,0＜a＜1,那么在代数式a-b,a+b,a+b²,a²+b中，对任意的a、b,对应的代数式的值最大的是 （ ） A、a+b B、a-b C、a+b² D、a²+b

**4、运用不等式的性质比较大小**：

例：ⅰ、制作某产品有两种用料方案：方案1是用5张A型钢板，7张B型钢板；方案2是用3张A型钢板，9张B型钢板。已知A型钢板比B型钢板的面积大，从省料的角度考虑，应选哪种方案？（用求差法比较大小）

ⅱ、设a＞2,b＞3,c＞6,令M=abc,N=ab+bc+ac,则M、N的大小关系是 （ ）<提示：用作商比较法>

A、M＞N B、M＜N C、M＝N D、以上三种情况都有可能

ⅲ、甲从一个鱼摊上买了三条鱼，平均每条a元，又从另一个鱼摊上买了两条鱼，平均每条b元，后来他又以每条（a+b）/2的价格把鱼全部卖出去，结果发现亏了钱，原因是 （ ）

A、a＞b B、a＜b C、a＝b D、与a、b的大小无关

ⅳ、已知a、b、c、d都是正实数，且a/b＜c/d，比较b/(a+b)和d/(c+d)的大小。（提示：用求倒数法）

**5、不等式与方程、方程组的结合：**

2x + y = 1+3m

x + 2y = 1- m

例：ⅰ、已知方程组 满足x+y＜0，则 （ ） A、m＞-1 B、m＞1 C、m＜-1 D、m＜1

ⅱ、方程x+2k = 4(x+k)+1的解是正数，求k的取值范围。

ⅲ、解方程∣5x - 6∣= 6 - 5x

ⅳ、已知关于x的不等式（2a-b）x+a-5b＞0的解是x＜10/7，试解不等式3ax+5b＞0 。

ⅴ、一次数学竞赛，共有16道题，评分方法是：答对一题得6分，答错一题倒扣2分，不答得0分，小明有一道题没有答，问他至少要答对几道题，成绩才能在80分以上？

**6、解一元一次不等式的方法与步骤：**

同于解一元一次方程，都是：去分母→去括号→移项→合并同类项→未知数系数化为1

注：①、去分母时，注意每一项都要乘到，特别是本身没有分母的项；去括号时，注意括号前面如果是负号时，去掉括号后，各项都要改变符号。

②、解不等式时，常把小数系数化为分数系数以简化计算，统一系数形式后，再按一般的解一元一次不等式步骤解题即可。

例：解不等式：（2x-1）/3–0.5(3x-5)-(x+1)/6 + 1.25＞0

**二、实际问题与一元一次不等式：**

列不等式解实际应用问题，和列方程解实际应用问题一样，基本思路都是：审→设→列→解→答。 其中，审题与找出题中的不等量关系是列一元一次不等式的关键，找题中不等关系时要着重理解题中的关键字、句，如“便宜”、“提前”、“不超过”、“不低于”、“至多”等等。此外，解出不等式的解集后，要加以检验，看所得的解集符不符题目的实际意义。

例：⒈ 导火线的燃烧速度是每秒0.7cm，爆破员点燃后跑开的速度是每秒5m，为了点火后跑到130m以外的安全地带，问导火线至少应有多长（精确到1cm）？

⒉ 某人10点10分离家赶11点整的火车，已知他家离车站10公里，他离家后先以每小时3公里的速度走了5分钟，然后乘公共汽车去车站，问公共汽车至少每小时行多少公里才能不误当次火车？

⒊ 在△ABC中，AB=2AC，问：（1）△ABC中哪条边是最小边？（2）证明△ABC中最小边大于周长的1/6，而小于周长的1/4。

⒋ 两名教师和若干学生去旅游，联系了两家标价相同的旅游公司，甲公司给的优惠条件是：1名教师全额收费，其余7.5折收费；乙公司给的优惠条件是：全部师生8折收费。（1）当学生人数超过多少时，甲旅游公司的优惠价比乙公司的优惠？（2）若核算结果，甲旅游公司的优惠价比乙旅游公司的优惠价便宜1/32，问学生的人数是多少？

⒌ 商场出售A型冰箱每台售价2190元，每日耗电为1度，而B型节能冰箱每台售价虽然比A型冰箱高出10%，但每日耗电量却为0.55度，现将A型冰箱打折出售，问商场至少要打几折，消费者购买才合算？（按使用期为10年，每年365天，每度电0.40元计算）

⒍ 某城市平均每天产生垃圾700吨，由甲、乙两个垃圾处理厂处理，已知甲厂每小时处理垃圾55吨，需费用550元，乙厂每小时处理垃圾45吨，需费用495元。（1）甲、乙两厂同时处理该城市的垃圾，每天需几小时完成？

（2）如果规定该城市每天处理垃圾的费用不超过7370元，甲厂每天处理垃圾至少需要多少小时？

⒎ 弟弟在上午8点20分从家出发步行去郊游，上午10点20分哥哥从家骑自行车去追赶弟弟，已知弟弟每小时走4km，哥哥要在上午11点以前赶上弟弟，问哥哥的速度至少应是多少？

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | A型 | B型 |
| 价格（万元/台） | 12 | 10 |
| 处理污水量（吨/月） | 240 | 200 |
| 年消耗费（万元/台） | 1 | 1 |

⒏ 为了保护环境，某企业决定购买10台污水处理设备，现有A、B两种型号的设备，其中每台的价格、月处理污水量及年消耗费如右表：经预算，该企业购买设备的资金不高于105万元。

（1）请你设计该企业有几种购买方案；

（2）若企业每月产生的污水量为2040吨，为了节约资金，应选择哪种购买方案；

（3）在第（2）问的条件下，若每台设备的使用年限为10年，污水厂处理污水费为每吨10元，请你计算，该企业自己处理污水与将污水排给污水处理厂处理相比，10年可节约资金多少万元？

<注:方案设计问题是我们在实际生活中经常会遇到的问题,利用不等式的非负整数解来设计方案,选择合理方案是中考的重要考点之一。>

**三、一元一次不等式组：**

**1、概念：**几个一元一次不等式组成的不等式组叫一元一次不等式组。 一般的，组成不等式组的几个不等式用大括号联立起来。

**2、一元一次不等式组的解集：**一元一次不等式组里所有不等式的解集的**公共部分**，叫做这个一元一次不等式组的解集。 如果没有公共部分，则这个一元一次不等式组无解（或叫空集）。 而求一元一次不等式组解集的过程叫做**解不等式组**。

**3、一元一次不等式组的解法：**两个步骤：⑴、分别求出不等式组中各个不等式的解集；⑵、利用数轴表示出这些不等式解集的公共部分，即为这个不等式组的解集。

口诀：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小没得找（即无解）。

注：要将**一元一次不等式组的解法**与前面学过的**二元一次方程组的解法**加以区别：在解方程组时，两个方程不是独立存在的（由代入法、加减法本身就说明了这点），而一元一次不等式组中几个不等式却是独立的，在解答时先要独立解不同的不等式，再找出它们的解集的公共解集，即解一元一次不等式组时，不能用加减消元法。另外，组成不等式组的不等式的个数可以是2个以上。

1.7x + 6 ＜ 5 -1.3x

8 + 1.4x ≥ 9 + 3.4x

例：ⅰ、解不等式组： ⅱ、解不等式：3＜2(3x-1)-3[4x-(1/3)]＜5

ⅲ、求不等式（5x-4）/6＜x的非负整数解和∣x-2∣＜13的整数解的公共部分。

ⅳ、已知一个两位数，十位上数字比个位上的数字大2，若这个两位数小于46且大于26，求这个两位数。

**4、列不等式组解实际应用题：**

一般步骤：**审**题→**设**未知数→**列**不等式组→**解**不等式组→检**验**、作**答** 。

注：利用不等式组解决实际问题时，关键在于根据实际问题中的等量关系、不等关系列出方程或不等式组，要把所有的等量关系、不等关系找全。

例：某宾馆一楼客房比二楼少5间，某旅行团有48人，若全部安排住在一楼，每间住4人，房间不够，每间住5人，有房间没有住满5人；若全部安排住在二楼，每间住3人，房间不够，每间住4人，也有房间没有住满。问该宾馆一楼有客房多少间？

**5、不等式组的应用：**

例：ⅰ、幼儿园把新购进的一批玩具分给小朋友玩，若每人3件，那么还乘余59件；若每人5件，那么最后一个小朋友分到玩具不足4件。这批玩具共有多少件？

ⅱ、某果农收获枇杷20吨，桃子12吨，现计划租用甲、乙两种货车共8辆将这批水果全部运往外地销售。已知一辆甲种货车可装枇杷4吨和桃子1吨，一辆乙种货车可装枇杷和桃子各2吨。

（1）这位果农有几种租车方案可以安排甲、乙两种货车一次性地将所有水果运往销售地？

（2）若甲种货车每辆运费300元，乙种货车运费240元，则果农应选择哪种方案，花钱最少？最少为多少元？

**6、不等式组与方程组的应用：**

例：ⅰ、为改善办学条件，某校要购买一些电脑和课桌。第一次，用9万元购买了电脑10台和课桌200张，第二次，用9万元购买了电脑12台和课桌120张。

（1）每台电脑和每张课桌各要多少元？

（2）第三次购买时，销售商对一次购买量大的客户打折销售，规定：一次购买电脑35台以上（含35台），按九折销售，一次购买课桌600张以上（含600张），按八折销售。学校准备用27万元购买电脑和课桌，其中电脑不少于35台，课桌不少于600张，问有哪几种购买方案？

ⅱ、某班到毕业时共结余经费1800元，班委会决定拿出不少于270元但不超过300元的资金为老师购买纪念品，其余资金用于在毕业晚会上给50位同学每人购买一件文化衫或一本相册。已知每件文化衫比每本相册贵9元，用200元恰好可以买到2件文化衫和5本相册。

（1）求每件文化衫和每本相册的价格分别是多少元？

（2）有几种购买文化衫和相册的方案？哪种方案用于购买老师纪念品的资金更充足？

ⅲ、某商场用36万元购进A、B两种商品，销售完后共获利6万元，其进价和售价如下表：

（1）该商场购进A、B两种商品各多少件？

（2）商场第二次以原进价购进A、B两种商品，购进B种商品的件数不变，而购进A种商品的件数是第一次的2倍，A种商品按原价出售，而B种商品打折出售。若两种商品销售完毕，要使第二次经营活动获利不少于81600元，B种商品最多打几折销售？

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | A种 | B种 |
| 进价（元/件） | 1200 | 1000 |
| 售价（元/件） | 1380 | 1200 |